EXERCICES TYPE DEVOIRS
Intégrales

EXERCICE N°1 — 4 points — 15'

Calculer les intégrales suivantes:

A) $\int_0^1 (3x^2-2x+1)dx$	D) $\int_1^0 -2x\sqrt{1+x^2}\ dx$	H) $\int_0^1 \frac{2v}{\sqrt{1+v^2}}\ dv$
B) $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos(x).\sin^2(x)dx$	E) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \left(\cos(t).\sin(t)\right)\ dt$	I) $\int_0^1 \frac{x^2}{\left(1+x^3\right)^5}\ dx$
C) $\int_{\frac{-\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \left(2+\tan^2(x)\right)dx$	G) $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{1}{\cos^2(x)}\ dx$	J) $\int_0^{-1} (x+2).\left(x^2+4x+3\right)^{2020}\ dx$

EXERCICE N°2 — 6 points — 30'

Pour tout $n\in\mathbb{N}^*$ on pose: $I_n=\int_0^1 \frac{x^n}{\sqrt{1+x^2}}\ dx$.

1. a) Calculer I_1.

b) On pose $J=\int_0^1 x\sqrt{1+x^2}\ dx$ et $K=\int_0^1 \frac{x^3}{\sqrt{1+x^2}}\ dx$.

Vérifier que : $I_1+K=J$. En déduire la valeur de K.

2. a) Montrer que la suite (I_n) est décroissante. En déduire qu'elle est convergente.

b) Montrer que : $n\geq 1$; on a : $\frac{1}{(n+1)\sqrt{2}}\leq I_n\leq \frac{1}{n+1}$. En déduire : $\lim\limits_{n\to+\infty} I_n$

3. a) Montrer que : $n\geq 3$; on a : $I_n+I_{n-2}=\int_0^1 x^{n-2}\sqrt{1+x^2}dx$.

b) A l'aide d'une intégration par parties, montrer que : $n\geq 3$; on a : $nI_n+(n-1)I_{n-2}=\sqrt{2}$

En déduire alors que : $n\geq 3$; on a : $(2n-1)I_n\leq\sqrt{2}$.

c) Déduire de ce qui précède que la suite (nI_n) converge vers une limite que l'on précisera.

Qarray.tn -Acra Blech- Qarray.tn

: 23390248 - 29862267
Tous droits réservés © TakiAcademy.com